

数 学

受験番号	採点 (配点 100 点)

諸 注 意

1. 問題用紙は全部で 5 枚です。6 枚目に計算用紙が付いています。
2. 問題は問 I から問 IV まであります。全てに答えてください。
3. 解答欄には途中の計算と説明も書いてください。説明不足は減点対象になります。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 試験開始 60 分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
6. 開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

※ 数式の表記として、 $\log x$ は x の自然対数を表す。

問 I	問 II	問 III	問 IV

(採点表です。受験生は記入しないでください)

数 学

(1 / 5)

問題 I 次の各問いに答えよ。[6 点 × 4]

(1) $\frac{x-1 + \frac{2}{x+2}}{x+1 - \frac{2}{x+2}}$ を簡単にせよ。

【解】

(2) 方程式 $5^x = \sqrt[4]{125}$ を解け。

【解】

(3) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 2$ を解け。

【解】

(4) $A = \tan^{-1} \frac{1}{3}$, $B = \tan^{-1} \frac{1}{7}$ のとき, $\tan(A+B)$ の値を答えよ。

【解】

数 学

(2 / 5)

問題 II 次の各問いに答えよ。[6 点 × 4]

(1) 2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} に対して, $|\vec{a}| = 2\sqrt{5}$, $|\vec{b}| = \sqrt{5}$, $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{5}$ のとき, \vec{a} , \vec{b} のなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を求めよ。

【解】

(2) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ の値を求めよ。

【解】

数 学

(3 / 5)

(3) 関数 $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ で, $x = 3$ における接線の方程式を求めよ。

【解】

(4) 定積分 $\int_2^{e+1} \log(x-1) dx$ の値を求めよ。

【解】

数 学

(4 / 5)

問題 III 実数 a, b , 関数 $f(x)$ に対して, 定積分 $\int_a^b f(x) dx$ は

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx \cdots \textcircled{*}$$

が成り立つ。次の各問いに答えよ。

(1) 三角関数の相互関係等を用いて $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x}$ を示せ。[8点]

【解】

(2) $\textcircled{*}$ を用いて, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+(\tan x)^\pi} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\tan x)^\pi}{1+(\tan x)^\pi} dx$ を示せ。[8点]

【解】

(3) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+(\tan x)^\pi} dx$ を求めよ。[10点]

【解】

数 学

(5 / 5)

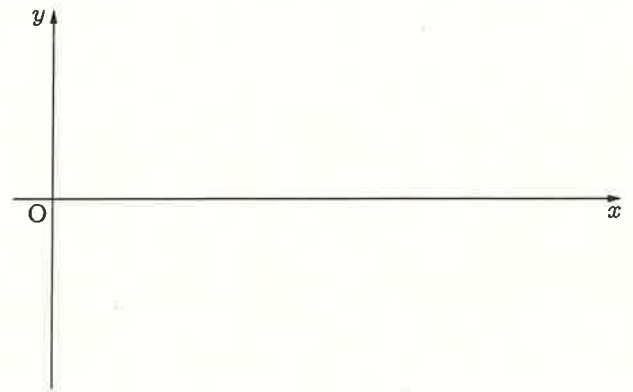
問題 IV 媒介変数 t を用いた $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(\cos t - 1)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) で表される xy 平面上の曲線 C について次の各問いに答えよ。

(1) 曲線 C と x 軸との共有点の x 座標を求めよ。[8 点]

【解】

(2) 曲線 C の概形を描け。[8 点]

【解】



(3) 曲線 C と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。[10 点]

【解】

