令和７年度専攻科入学試験問題

数　学

受験番号		氏名	

諸　注　意

１．問題用紙は全部で８枚です。９枚目に計算用紙が付いています。
２．問題は問Ⅰから問Ⅷまであります。全てに答えてください。
３．解答欄には途中の計算と説明も書いてください。
４．試験時間は９０分です。
５．試験開始６０分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
６．開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

問　Ⅰ	問　Ⅱ	問　Ⅲ	問　Ⅳ
問　Ⅴ	問　Ⅵ	問　Ⅶ	問　Ⅷ

（採点表です。受験生は記入しないでください。）

合　計

令和７年度専攻科入学試験問題　数学　　(No.1)

受験番号		氏名	

問 I [各 5 点]

(1) $x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}} = 1$ のとき，$x^3 - x^{-3}$ の値を求めよ．

(2) 不等式 $\cos 2x \geqq \cos x$ を $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲で解け．

受験番号		氏名	

(3)　方程式 $\log_2(x+3)+\log_2(x-3)-\log_2 x=4$ を解け．

問 II　平行四辺形 ABCD において，辺 AB の長さは $\sqrt{3}$，辺 AD の長さは 1，対角線 AC の長さは $\sqrt{7}$ であるとする．$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ とするとき，内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ の値と角 BAD の大きさ θ を求めよ．[5 点]

受験番号		氏名	

問 III　関数 $y = \dfrac{\log x}{x}$ $(x > 0)$ について，増減，凹凸，$\lim_{x \to +0} y$，$\lim_{x \to \infty} y$ を調べ，グラフの概形をかけ．[14 点]

受験番号		氏名	

問 IV　次の定積分の値を求めよ．[各６点]

(1) $\displaystyle\int_0^1 x(1-x)^9\,dx$

(2) $\displaystyle\int_0^1 \frac{2}{x^3+x^2+x+1}\,dx$

受験番号		氏名	

問Ｖ　2変数関数 $f(x,y)=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$ の極値を求めよ．[10点]

受験番号		氏名	

問 VI　S を内部を含む球 $x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4$ とし，T を内部を含む円柱 $x^2 + y^2 \leqq 1$ とする．このとき，S と T の共通部分の体積 V の値を求めよ．[10 点]

令和７年度専攻科入学試験問題　数学　　(No.7)

受験番号		氏名	

問 VII　次の微分方程式の一般解を求めよ．[各６点]

(1) $y' + 2xe^y = 0$

(2) $y' - \dfrac{2}{x}y = x^3e^x$

(3) $y'' + 2y' - 3y = 10e^{2x}$

受験番号		氏名	

問 VIII　$F(x,y) = 4x^2 + 2xy + 4y^2$ とする．${}^tX$ は行列 X の転置行列を表すとする．[各４点]

(1)　$F(x,y)$ は $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ と２次対称行列 A を用いて $F(x,y) = {}^t\mathbf{x}\,A\,\mathbf{x}$ と表すことができる．このときの行列 A を求めよ．

(2)　A の固有値を求めよ．

(3)　${}^tPAP$ が対角行列となるような２次の直交行列 P と対角行列 ${}^tPAP$ を求めよ．

(4)　x', y' を $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = {}^tP\,\mathbf{x}$ で定めるとき，$F(x,y)$ を x', y' を用いて表せ．

(計算用紙)