

## 2020年度 専攻科 入学試験問題

# 数 学

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

### 諸 注 意

1. 問題用紙は全部で4枚です。5枚目に計算用紙が付いています。
2. 問題は**問題1**から**問題4**まであります。全てに答えてください。
3. 解答欄には途中の計算と説明も書いてください。途中の計算，説明がない場合は減点対象になることがあります。計算用紙は採点対象外です。
4. 試験時間は90分です。
5. 試験開始60分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
6. 開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

問題 1	問題 2	問題 3	問題 4

(採点表です。受験生は記入しないでください)

合 計

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問題1 次の各問いに答えよ。(20点)

(1)  $\frac{3}{x^2 + x - 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$  を計算せよ。

(2)  $2st + 10s - t - 5$  を因数分解し、方程式  $2 \cdot 10^x - 5^x + 10 \cdot 2^x - 5 = 0$  を解け。ただし、 $\cdot$  は掛け算である。

(3) 方程式  $\log_3 x = -2$  を解け。

(4)  $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  の値を求めよ。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問題2 次の各問いに答えよ。(20点)

(1) 2つのベクトル  $\vec{a} = (1, 1, -2)$  と  $\vec{b} = (-2, 1, 1)$  のなす角  $\theta$  を求めよ。(ただし,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ) を求めよ。

(2)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} X = 2 \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$  を満たす2次正方行列  $X$  を求めよ。

(3)  $x$  軸,  $y$  軸と直線  $x = \pi$ , 曲線  $y = \cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) で囲まれる図形の面積  $S$  を求めよ。

(4) 2変数関数  $z = \log(x^2 + xy + y^2)$  の全微分を求めよ。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問題3 楕円  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1 \cdots \textcircled{1}$  と直線  $x - y + 8 = 0 \cdots \textcircled{2}$  との距離を求める。以下の問いに答えよ。ただし、楕円と直線との距離とは、「楕円周外の直線と楕円周上の点との距離が最短のもの」をいう。 (30点)

(1)  $\textcircled{1}$  について  $y \neq 0$  のとき  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。

(2)  $\textcircled{1}$  上の点  $A(a, b)$  における接線と  $\textcircled{2}$  がどんな関係のときに点  $A$  と  $\textcircled{2}$  の距離が最短になるか答えよ。説明不要。

(3) (2) のとき点  $A$  の座標を求めよ。

(4)  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  の距離  $h$  を求めよ。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問題4 極座標で表された曲線  $r = f(\theta)$  ( $\alpha \leq \theta \leq \beta$ ) について次の各問いに答えよ.

(30点)

(1) 直交座標  $(x, y)$  を  $\theta$  の式で表すことによってこの曲線の長さ  $L$  の公式

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta$$

を  $f(\theta)$  と  $f'(\theta)$  を含む式に直せ.

(2) カージオイドの一部  $r = a(1 + \cos \theta)$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) の曲線の長さ  $L$  を求めよ. ただし,  $a$  は正の定数とする.

(計算用紙)