

平成31年度専攻科入学試験問題

数 学

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

諸 注 意

1. 問題用紙は全部で8枚です。
2. 問題は問 I から問 X まであります。全てに答えてください。
3. 解答欄には途中の計算と説明も書いてください。
4. 試験時間は90分です。
5. 試験開始60分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
6. 開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

問 I	問 II	問 III	問 IV	問 V
問 VI	問 VII	問 VIII	問 IX	問 X

(採点表です。受験生は記入しないでください)

合 計

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 I

(1) 次の式を a^r の形で表せ. [4点]

$$\sqrt[3]{a^2} \times \frac{\sqrt{a^3}}{a} \div \frac{1}{\sqrt{a}}$$

(2) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 34 \\ 2^x \cdot 2^y = 64 \end{cases}$ を満たす x, y を求めよ. ただし, $x < y$ とする. [4点]

問 II 不等式 $\log_3 x + \log_3(x - 6) > 3$ を解け. [4点]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 III θ は第 2 象限の角で $\sin \theta = \frac{1}{3}$ とするとき, $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$, $\sin 3\theta$ の値を求めよ. [10 点]

問 IV 平面ベクトル $\mathbf{a} = (1, 3)$, $\mathbf{b} = (t+1, t)$ に関して, 次の問に答えよ.

(1) \mathbf{a} と \mathbf{b} が垂直になるような t の値を求めよ. [4 点]

(2) $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ の最小値と最小値を与える t の値を求めよ. [4 点]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 V 関数 $y = xe^{-x}$ について, 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} y$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ を求め, 増減凹凸を調べ, グラフを描け.
[16 点]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 VI 媒介変数方程式 $\begin{cases} x = \frac{2(4t^2 - 1)}{4t^2 + 1} \\ y = \frac{4t}{4t^2 + 1} \end{cases}$ で表される曲線を考える.

(1) 媒介変数 t を消去した方程式を求め、グラフを描け. [4 点]

(2) $t = 1$ の点における接線の方程式を求めよ. [4 点]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 VII 次の積分を計算せよ。 [各 4 点]

(1) $\int x\sqrt{x+1} dx$

(2) $\int x \sin 2x dx$

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^5 x dx$

(4) $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 VIII 次の微分方程式の一般解を求めよ。[各 6 点]

(1) $y' = xy^2 + xy$

(2) $y'' + 2y' + 3y = x$

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 IX 曲線 $y = 2 - x^2$ と直線 $y = x$ で囲まれる領域 D を図示し, 重積分 $\iint_D x \, dx \, dy$ の値を求めよ. [6 点]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 X 行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ に関して, 次の問に答えよ.

(1) A の固有値, 固有ベクトルを求めよ. [8 点]

(2) A^n を求めよ. [4 点]