# 令和５年度専攻科入学試験問題

## 数　学

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

## 諸　注　意

1．問題用紙は全部で４枚です。５枚目に計算用紙が付いています。

2．問題は問Ⅰから問Ⅳまであります。全てに答えてください。

3．解答欄には途中の計算と説明も書いてください。説明不足は減点対象になります。

4．試験時間は 90 分です。

5．試験開始 60 分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし，試験監督者の許可を得て静かに退出してください。

6．開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

| 問Ⅰ | 問Ⅱ | 問Ⅲ | 問Ⅳ |
|---|---|---|---|
| | | | |

（採点表です。受験生は記入しないでください）

| 合　計 |
|---|
| |

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

問題 I　次の各問いに答えよ．[6 点 × 4]

(1) $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{-2}{x^2-1}$ を計算せよ．

【解】

(2) 方程式 $3^{x-1}-3^x=-18$ を解け。

【解】

(3) 不等式 $\log(x-e)<e$ を解け。

【解】

(4) 三角関数の加法定理を用いて，$\tan\dfrac{\pi}{12}$ を求めよ。ただし，分母の有理化をした形で答えよ。

【解】

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

問題 II　次の各問いに答えよ。[6 点 × 4]

(1) ベクトル $\vec{a}=(1,2,-1)$ と $\vec{b}=(1,-1,2)$ のなす角 $\theta$　$(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ を求めよ。

【解】

(2) 行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ であるとき，行列 $B=A^3-3A^2+2A-2E$ を求めよ。

【解】

(3) 関数 $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$ で，$x=2$ における法線の方程式を求めよ。

【解】

(4) 定積分 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} \log x \, dx$ の値を求めよ。

【解】

| 受験番号 | | 氏名 | |
| --- | --- | --- | --- |

問題 III ある連続型確率変数 $X$ が閉区間 $[\alpha, \beta]$ で $f(x) \geqq 0$ で区間 $[\alpha, \beta]$ の外では，$f(x) = 0$ となる関数 $f(x)$ が $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx = 1$ を満たすとき，$f(x)$ は $X$ の確率密度関数になっている。

このとき，$\alpha \leqq a \leqq b \leqq \beta$ のとき，確率 $P(a \leqq X \leqq b)$ は $P(a \leqq X \leqq b) = \displaystyle\int_{a}^{b} f(x)\,dx$ で計算され，確率変数 $X$ の期待値 $E(X)$ は，$E(X) = \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} xf(x)\,dx$ と定義されている。以下の問いに答えよ。

(1) 定数 $c$ に対して，$f(x) = \begin{cases} \dfrac{c}{x^2+1} & (-1 \leqq x \leqq 1) \\ 0 & (x < -1,\ x > 1) \end{cases}$ が確率密度関数になるように，定数 $c$ を定めよ。[10 点]

【解】

(2) 関数 $y = f(x)$，さらに $y = xf(x)$ が偶関数かどうかを答えよ。答えのみでよい。[8 点]

【解】

(3) (1) で定めた $c$ を用いて $X$ の期待値 $E(X)$ を求めよ。[8 点]

【解】

| 受験番号 | | 氏名 | |
|---|---|---|---|

問題 IV　$x = 8\cos^3\theta,\ y = 8\sin^3\theta$ $\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ で表される $xy$ 平面上の曲線 $C$ について次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{dy}{dx}$ を $\theta$ の関数として表せ。[10 点]

【解】

(2) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ に対応する曲線 $C$ 上の点を P とする。点 P におけるこの曲線の接線の方程式を求めよ。[8 点]

【解】

(3) この曲線 $C$ の長さ $L$ を求めよ。[8 点]

【解】

―――― (計算用紙) ――――