令和４年度 専攻科 入学試験問題

数　学

受験番号		氏名	

諸　注　意

１．問題用紙は全部で８ページです。１ページに計算用紙が付いています。
２．問題は**問１**から**問４**まであります。すべてに答えてください。
３．解答欄には途中の計算と説明も書いてください。途中の計算，説明がない場合は減点対象になることがあります。計算用紙は採点対象外です。
４．試験時間は９０分です。
５．試験開始６０分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
６．開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

問　１	問　２	問　３	問４

(採点表です。受験生は記入しないでください)

合　計

令和４年度専攻科入学者選抜学力試験問題

数学

受 験 番 号	採 点（配点 100 点）

問 1 次の問に答えよ．

(1) 平面ベクトル $\vec{a} = (1,\ t+2)$, $\vec{b} = (t-3,\ 2t)$ が直交するような t の値を求めよ．[6 点]

[解]

(2) 次の空間の 2 直線は共有点を持つかどうか調べ，持つならその座標を求めよ．[6 点]

$$x - 1 = -y = \frac{z-4}{2}, \qquad x + 3 = \frac{y+5}{2} = -z + 5$$

[解]

数学

受験番号

(**問１**の続き)

(3) 方程式 $3e^{2x}+13e^{x}-10=0$ を解け．[6 点]

[解]

(4) 関数 $f(\theta)=\sin^2\theta+\cos\theta+1\ (0\leqq\theta\leqq 2\pi)$ の最大値・最小値と，そのときの θ を求めよ．[7 点]

[解]

数学

受 験 番 号

問２ $z^3=1$ を満たす複素数 z のうち虚部が正であるものを ω とする．複素数 α に対して，$z_0=\alpha$ とし，自然数 $n \geqq 1$ に対して，複素数 z_n を次のように定める．

$$z_n=(1+\omega)\,z_{n-1}^2 \quad (n \geqq 1)$$

虚数単位を i とする．次の問に答えよ．[25 点]

(1) ω を求めよ．

[解]

(2) $1+\omega$ を極形式で表せ．

[解]

数学

受 験 番 号

(**問 2** の続き)

(3) $\alpha = 1$ のとき，任意の自然数 $n \geqq 1$ に対して z_n を求めよ．

[解]

(4) 任意の自然数 $n \geqq 1$ に対して z_n が同一直線上にあるための α の条件を求めよ．

[解]

数学

受 験 番 号

問 3 次の 2 つの曲線で囲まれる領域を D とする．

$$x^2+2xy+y^2+\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=0\ \cdot\cdot\cdot ①,\qquad x+\sqrt{2}=0\ \cdot\cdot\cdot ②$$

D 上の重積分

$$\iint_D (y-x)\,dx\,dy\ \cdot\cdot\cdot ③$$

を次のようにして計算してみよう．$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-\sqrt{2}\end{pmatrix}$，$A=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$ と置くとき，

①は ${}^t\boldsymbol{x}A\boldsymbol{x}+{}^t\boldsymbol{b}\boldsymbol{x}=0$ と表すことができる．ここで，${}^t\boldsymbol{x}$，${}^t\boldsymbol{b}$ はそれぞれ $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{b}$ の転置を意味する．次の問に答えよ．[25 点]

(1) 行列 A の固有値とそれに対応する固有ベクトルを求めよ．また，行列式が正であるような直行行列 T を用いて A を対角化せよ．

[解]

数学

受験番号

(**問 3** の続き）

(2) $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = T^{-1}\boldsymbol{x}$ と置くとき，曲線 ①, ② を X, Y を用いて表し，領域 D を XY 平面に図示せよ．

[解]

(3) 重積分③を計算せよ．

[解]

令和４年度専攻科入学者選抜学力試験問題

数学

受 験 番 号

問４ $x>0$ の範囲において次の２階微分方程式を考える．

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3x\frac{dy}{dx}+4y=x\log x \quad \cdots ①$$

次の問に答えよ．[25点]

(1) $x=e^t$ と置くとき，微分方程式①を変数 t の微分方程式に書き換えよ．

[解]

数学

受 験 番 号

(**問 4** の続き)

(2) 微分方程式①の一般解を求めよ.

[解]