

令和3年度 専攻科 入学試験問題

数 学

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

諸 注 意

1. 問題用紙は全部で6ページです。1ページに計算用紙が付いています。
2. 問題は問1から問6まであります。全てに答えてください。
3. 解答欄には途中の計算と説明も書いてください。途中の計算、説明がない場合は減点対象になることがあります。計算用紙は採点対象外です。
4. 試験時間は90分です。
5. 試験開始60分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
6. 開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

問 1	問 2	問 3
問 4	問 5	問 6

(採点表です。受験生は記入しないでください)

合 計

(計算用紙)

--	--	--	--

計算結果

1. 計算結果の概要
 2. 計算過程の概要
 3. 計算結果の詳細
 4. 計算結果の検証
 5. 計算結果のまとめ

計算結果のまとめ

問1 次の計算をせよ。i を虚数単位とする。[各5点]

(1) $\frac{3+i2}{2-i3}$

[解]

(2) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+9} dx$

[解]

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - x})$

[解]

問2 下記の問に答えよ。

(1) 次の関数 $f(x)$ を部分分数分解せよ。[3点]

$$f(x) = \frac{-2}{(x-1)(x+1)}$$

[解]

(2) $f(0) \sim f^{(4)}(0)$ まで求めて、 $f(x)$ をマクローリン展開せよ。[7点]

[解]

問3 次の行列 A と B を考える。下記の問題に答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ x & \frac{x}{3} & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & x-2 \\ 0 & 0 & \frac{-x^2-x+6}{3} \end{pmatrix}$$

(1) 行列 $C = A \cdot B$ を計算せよ。[9点]

[解]

(2) 行列式 $|C|$ を計算せよ。[4点]

[解]

(3) 行列式 $|C|$ が正則とならない x を求めよ。[2点]

[解]

問4 下記の問題に答え、次の2変数関数 $z(x, y)$ の極小値か極大値を求めよ。[各3点]

$$z(x, y) = x^3 - y^3 - 6xy$$

(1) $z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}, z_{yx}$ の1次と2次の偏導関数を求めよ。

[解]

(2) 次の関数 $H(x, y) = z_{xx} \cdot z_{yy} - z_{xy} \cdot z_{yx}$ を計算せよ。

[解]

(3) $z_x = 0, z_y = 0$ を満たす (x, y) を全て求めよ。

[解]

(4) (3)の解 (x, y) を(2)へ代入し、極値かどうか判断せよ。

[解]

(5) z_{xx} に基づき、(4)の極値が極小か極大かを判断し、その値を求めよ。

[解]

問5 下記の問に答え、次の重積分をせよ。

$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy \quad (D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq \sqrt{3}x, x \leq 0)$$

(1) 領域 D を図示せよ。[5 点]

[解]

(2) 重積分せよ。[10 点]

[解]

問6 次の微分方程式の一般解を求めよ。ただし $y = f(x)$ の形で解答すること。[各10点]

(1) $\frac{dy}{dx} = 1 - y$

[解]

(2) $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x$

[解]

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = e^x$

[解]