

平成27年度専攻科入学試験問題

数 学

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

諸 注 意

1. 問題用紙は全部で5枚です。6枚目に計算用紙が付いています。
2. 問題は問Ⅰから問Ⅸまであります。全てに答えてください。
3. 解答欄には途中の計算と説明も書いてください。
4. 試験時間は90分です。
5. 試験開始60分後から退出できます。試験問題用紙を裏返しにし、試験監督者の許可を得て静かに退出してください。
6. 開始の合図があるまで本問題用紙を開かないでください。

問Ⅰ	問Ⅱ	問Ⅲ	問Ⅳ	問Ⅴ
問Ⅵ	問Ⅶ	問Ⅷ	問Ⅸ	

(採点表です。受験生は記入しないでください)

合 計

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 I 次の方程式を解け.

(1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

[解]

(2) $\log_{10} x = 0$

[解]

(3) $\log_2(x - 2) + \log_2(x + 1) = 2$

[解]

(4) $e^x + 4e^{-x} = 4$

[解]

(5) $2\sin^2 x - 3\cos x = 3 \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

[解]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問Ⅱ x の関数 y が次の方程式で与えられるとき、導関数 $y' = \frac{dy}{dx}$ を求めよ.

$$x^2 + y^2 - 5x + y + 1 = 0$$

[解]

問Ⅲ $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 E は2次の単位行列とする。

(1) $P = A - E, Q = 2E - A$ を計算せよ.

[解]

(2) $P^2 = P, Q^2 = Q, PQ = QP = O$ を示せ.

[解]

(3) $A = xP + yQ$ となる x, y の値を求めよ.

[解]

(4) A^n を求めよ.

[解]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 IV 次の定積分の値を求めよ.

$$\int_{\frac{1}{e}}^e \log x \, dx$$

[解]

問 V アステロイド $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) について, 次の問いに答えよ. ただし, a は正の定数とする.

(1) $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ を求めよ.

[解]

(2) 曲線の長さを求めよ.

[解]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 VI $\vec{a} = (1, -3)$, $\vec{b} = (2, 1)$ とする.

(1) $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ を求めよ.

[解]

(2) \vec{a} と \vec{b} の成す角を θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とする. このとき, $\cos \theta$ と $\sin \theta$ の値を求めよ.

[解]

(3) \vec{a} と \vec{b} が作る平行四辺形の面積を求めよ.

[解]

問 VII 2重積分 $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ の値を求めよ. 但し, D は連立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$ で表された領域とする.

[解]

受験番号		氏名	
------	--	----	--

問 VIII $y = xe^{-x}$ について次の間に答えよ.

(1) y', y'' を求めよ.

[解]

(2) $y' = 0, y'' = 0$ を解け.

[解]

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x}$ を求めよ.

[解]

(4) 増減表を書き、極値、変曲点を求めよ.

[解]

問 IX 次の微分方程式の一般解を求めよ. 但し, $y = y(x)$ は x の関数とし, ' は x での微分を表すものとする.

$$y' = \frac{y-1}{x-2}$$

[解]

(計算用紙)